

Algorithmes d'estimation automatique de la pose pour la radiologie interventionnelle assistée par ordinateur *

Benjamin Maurin¹

Christophe Doignon¹

Michel de Mathelin¹

Afshin Gangi²

¹ LSIT, Université Louis Pasteur

² Département de Radiologie B, Hôpitaux Universitaires de Strasbourg

Bd. Sébastien Brant, 67412 Illkirch

maurin@eavr.u-strasbg.fr

Résumé

Dans ce papier, nous proposons une modélisation géométrique d'un imageur scanner tomographique sur les principes de la vision par ordinateur. Afin d'aider le geste radiologique percutané, un recalage (rigide) est nécessaire entre le patient et le scanner. Cette modélisation géométrique est par la suite utilisée pour estimer la position et l'orientation d'un marqueur objet (barres rectilignes assimilées à des droites) vis-à-vis d'une seule image scanner (spots assimilés à des points). Pour cela, différents algorithmes sont proposés, tant pour l'étalonnage des paramètres intrinsèques du scanner, que pour une reconstruction de pose pour un nombre minimum d'appariements. S'inspirant de la méthode "RANSAC" communément employée en vision par ordinateur, nous avons également développé un algorithme d'appariement 3D/2D automatique pour la mise en correspondance des droites objet et des points image. Les résultats de simulation et expérimentaux permettent de valider le modèle proposé et de quantifier la précision obtenue à l'aide des méthodes présentées.

Mots Clef

Radiologie interventionnelle assistée par ordinateur, recalage par stéréotaxie, appariement automatique.

Abstract

In this paper, we propose a geometric model for a computed tomography (CT) scanner. This model is based on computer vision principles. Since for percutaneous procedures, a patient-to-modality registration is needed, the geometric model is used to provide a pose estimation of a fiducial object (lines as straight rods) with respect to a single CT image (points as image spots). To do so, we develop linear and iterative algorithms that deal with the scanner calibration as well as the pose determination

problem with a minimal number of correspondences. With a view to the well-known RANSAC method used in the computer vision field, we also developed an automatic 3D/2D registration algorithm that solves for this line/point correspondences issue. The proposed geometric model is validated thanks to simulation results and experiments. From these, the accuracy value is provided with any of the presented methods.

Keywords

Computer aided radiology, stereotactic registration, automatic matching.

1 Introduction

La radiologie interventionnelle est une discipline médicale qui consiste, pour un radiologue, à insérer des aiguilles de types et de tailles variés dans des points précis du corps d'un patient par contrôle visuel. Cette technique permet de nombreux actes de diagnostic ou de soin selon un mode opératoire commun : le guidage visuel d'un instrument en utilisant des imageurs à rayons X (scanner tomographique, scopie télévisée) afin d'atteindre une cible dans l'organisme. Bien qu'il existe de nombreux avantages à employer ces techniques percutanées (traumatisme réduit, temps d'intervention réduit, complexité post-opératoire faible), le handicap principal est l'exposition répétée du praticien aux rayons X. La tomographie interventionnelle par rayons X apporte une précision du geste supérieure à celle obtenue par d'autres techniques [6]. Les principes de la tomographie sont détaillés dans [12], où la formulation mathématique et physique de la reconstruction de l'image est décrite.

Afin de protéger le radiologue et d'améliorer la procédure, notamment en simplifiant le geste opératoire, l'informatique et la robotique sont de plus en plus utilisées. Un point crucial et commun aux techniques émanant de ces disciplines est l'estimation de la position de l'instrument d'intervention dans l'image scanner. Pour ce faire, la stéréotaxie a été couramment utilisée. Cette méthode est

*Ce travail est financé par la Région Alsace et le programme Robéa du CNRS.

née de l'idée qu'une coupe scanner fournit une contrainte spatiale (selon un plan) sur la position d'amers visuels. Ainsi, il est possible de retrouver la position d'un repère dit stéréotaxique dans une image scanner en connaissant des points particuliers de ce repère. La première application fut l'utilisation de casques stéréotaxiques en neurochirurgie, afin de localiser précisément un point d'une image par rapport à un repère rigide fixé sur le crâne d'un patient. Brown [2] fut un des pionniers de l'estimation informatisée de cette pose grâce à une méthode mathématique.

Dans ce papier, nous proposons de modéliser l'imageur scanner par une relation affine utilisant un minimum de degrés de liberté. Puis, nous proposons plusieurs algorithmes d'estimation de pose entre un marqueur et l'image scanner, en supposant réalisé l'appariement entre les points image et les points objets. Finalement, afin d'automatiser la tâche d'appariement, nous décrivons une adaptation de l'algorithme RANSAC [5] à l'appariement de droites et des points afin d'assurer une recherche rapide et autonome des correspondances.

Des résultats expérimentaux permettent de valider l'ensemble de nos travaux, ainsi que l'intérêt de la méthode pour le domaine de la robotique médicale.

1.1 Travaux antérieurs

Afin de retrouver la position d'un marqueur dans une image scanner dont seule la coupe du marqueur est disponible, la plupart des auteurs ont proposé des casques stéréotaxiques sur le modèle de [2]. Un casque stéréotaxique est constitué de barres rectilignes faites d'un matériau absorbant les rayons X (radio-opaque), dont les positions et les orientations relatives sont connues, et dont l'imageur fournit des points image sous forme de taches pleines. Sachant que ces points image sont les intersections de barres assimilées à des droites objet avec le plan de coupe du scanner, on arrive à reconstruire la position du repère stéréotaxique. La disposition des droites est très souvent choisie selon un "N" suivant chaque plan de l'espace (X, Y, Z) . Il est ainsi possible d'obtenir la position selon chaque plan, donc des coordonnées cartésiennes dans le repère stéréotaxique. Comme application, nous pouvons citer Susil *et al.* [18] qui ont proposé divers algorithmes de recalage en utilisant les propriétés géométriques de distance à partir d'une seule coupe scanner. Le but des travaux étant de guider un bras robotique grâce à l'imageur. Dans ces algorithmes, 9 points correspondants à la coupe de 9 droites sont utilisés afin de minimiser une fonction de coût solution du problème par une méthode itérative. Cependant, ces méthodes fonctionnent pour une configuration particulière des droites, telle que celle des casques stéréotaxiques.

Récemment, Lee *et al.* [13] ont proposé plusieurs approches numériques du problème en utilisant diverses modélisations de l'objet marqueur. L'estimation de la transformation euclidienne est faite en utilisant un minimum de 6 points image. Le problème de correspondance est résolu manuellement comme proposé dans [18].

1.2 Objectifs

Bien que les algorithmes numériques sont connus pour être robustes, il est important d'avoir une solution algébrique pour obtenir une première estimation de la solution et pour analyser les dégénérescences. De plus, à la connaissance des auteurs, l'imageur scanner par tomographie à rayons X n'a jamais été modélisé comme un capteur de vision par ordinateur afin d'appréhender le recalage stéréotaxique.

D'après les expérimentations déjà faites par d'autres auteurs ([3, 4]), les marqueurs utilisés en stéréotaxie sont de grande taille, et contiennent de nombreuses droites. Nous proposons de réduire le nombre de droites au minimum pour estimer une pose tout en conservant une petite taille pour l'objet d'intérêt. Finalement, nous présentons l'adaptation d'un algorithme d'appariement statistique afin de fournir un système automatique d'estimation de pose entre une image tomographique et un repère stéréotaxique. Comme souligné dans [13], le recalage automatique, pour être utilisable en conditions cliniques, doit répondre à un critère de rapidité. En effet, un temps de calcul supérieur à quelques secondes est considéré comme prohibitif pour une application de guidage.

Le modèle présenté ici est une amélioration de celui déjà présenté dans [14] dans le sens où la modélisation de l'objet marqueur utilise une représentation Plückerienne permettant une analyse plus aisée des configurations dégénérées et réduisant le nombre d'inconnues au strict nécessaire (sur-représentation évitée par l'élimination des coordonnées λ 's sur chaque droite).

L'article est organisé comme suit : la section suivante présente le modèle géométrique de l'imageur tomographique. Puis nous proposons une technique dite d'étalement des paramètres intrinsèques de l'imageur. Cette technique permet déjà de fournir deux algorithmes d'estimation de pose robuste au bruit dans le cas où l'appariement droites/points est disponible. Ensuite, nous décrivons des algorithmes d'estimation de pose exclusivement, en utilisant seulement 4 droites/points. Pour valider notre démarche, nous présentons des résultats de simulation sous différentes conditions (bruit, nombre de points), ainsi que des résultats expérimentaux de recalage entre un objet marqueur de petite taille et les images obtenues par un des scanners employés au département de radiologie de l'hôpital de Strasbourg.

2 Modélisation du scanner

Cette section décrit la relation géométrique qui lie des droites d'un marqueur objet à leurs projetés dans l'image scanner. Les scanners fournissent des coupes d'objets radio-opaques placés dans le tunnel du scanner. Ainsi, les marqueurs utilisés dans les images réalisées par le scanner sont très souvent des lignes droites (voir figure 1.a). Généralement, les intersections entre les droites et le plan de coupe doivent fournir autant de points image qu'il y a de droites. En réalité, un certain nombre de points peuvent manquer dans l'image et, à l'inverse, il peut y avoir acci-

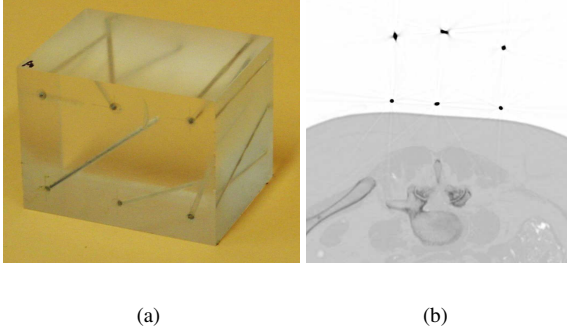


FIG. 1 – (a) L'objet marqueur utilisé pour les expérimentations. - (b) Une image scanner de l'objet sur l'abdomen d'un patient. L'inclinaison des droites (selon le plan de coupe) donne des ellipses plus étalées.

dentellement des artefacts dus à la présence d'autres objets [13]. Ces points image sont aisément détectables mais pas toujours précisément localisés en raison de l'étalement des spots selon l'inclinaison du plan de coupe par rapport à l'objet (voir sur la figure 1.b). Pour prendre en compte ce problème, nous proposons un modèle de transformation affine composé de facteurs d'échelle, d'une transformation par changement de repère et d'une projection orthogonale. Ce modèle, proche des applications de vision par ordinateur, permet de s'affranchir d'une analyse mathématique plus complexe de la tomographie interventionnelle. Dans notre cas, nous considérons l'imageur comme une boîte noire fournissant une image tomographique de l'objet. Par la suite, nous définissons un repère géométrique \mathcal{F}_0 associé à l'objet, et un repère \mathcal{F}_{ct} à l'image scanner. Un second repère \mathcal{F}_I d'échelle différente est également associé à l'image scanner, dont l'unité de chaque vecteur est le pixel au lieu du millimètre. Un point dans l'espace tel que l'origine du repère \mathcal{F}_0 est noté \mathbf{O} et un vecteur entre deux points comme \mathbf{OO}_i . La projection d'un vecteur dans un repère \mathcal{F}_0 est noté ${}^0\mathbf{OO}_i$ et la transformation rigide entre \mathcal{F}_0 et \mathcal{F}_{ct} est écrit ${}^0\mathbf{OO}_i = R {}^{ct}\mathbf{OO}_i + \mathbf{t}$, avec R la matrice de rotation et \mathbf{t} le vecteur de position. Nous notons également par Δ_i la i^{eme} droite de l'objet marqueur. Chaque intersection de cette droite avec le plan de coupe du scanner noté (π) est (généralement) un point $\mathbf{P}_i = \Delta_i \cap \pi$. Le modèle géométrique qui relie les coordonnées de ${}^{ct}\mathbf{OP}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ exprimées dans le repère du scanner \mathcal{F}_{ct} et les coordonnées du point image ${}^I\mathbf{Q}_i = (u_i, v_i)^T$ dans le repère image \mathcal{F}_I est :

$$\begin{aligned}
 {}^{ct}\mathbf{OP}_i &= \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{proj. orthogonale}} \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & g \\ 0 & s_y \end{bmatrix}}_{\text{paramètres intrinsèques}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}}_{\text{position pixel}} \\
 &= {}^{ct}\Pi_\pi {}^\pi S_I {}^I\mathbf{Q}_i
 \end{aligned} \tag{1}$$

avec la matrice (3×2) ${}^{ct}\Pi_\pi$ représentant la projection orthogonale sur le plan de coupe (π) dans sa forme canonique, et les entrées non nulles de ${}^\pi S_I$ sont les valeurs des paramètres intrinsèques du scanner (facteurs d'échelle positifs s_x et s_y , et un paramètre g de distortion permettant de modéliser l'erreur due à l'inclinaison du statif du scanner ou de la torsion de la table pendant l'examen). En général, ce paramètre de distortion est très petit par rapport aux autres paramètres et est toujours négligé, bien qu'il peut être aisément identifié (voir [20] et [1]). Dans la suite, nous négligerons également cet effet.

En considérant la transformation euclidienne entre le repère \mathcal{F}_0 des droites de l'objet et le repère scanner \mathcal{F}_{ct} , l'expression du vecteur \mathbf{OP}_i dans \mathcal{F}_0 est

$${}^0\mathbf{OP}_i = R {}^{ct}\mathbf{OP}_i + \mathbf{t} \tag{2}$$

où la matrice orthonormale R et le vecteur \mathbf{t} sont les paramètres de la transformation rigide. Ainsi, l'expression

$${}^0\mathbf{OP}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} {}^\pi S_I \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \mathbf{t} \tag{3}$$

est la représentation compacte de la transformation $\mathcal{F}_I \rightarrow \mathcal{F}_0$ et où le vecteur \mathbf{r}_j est la j^{eme} colonne de la matrice de rotation R . Le produit $(\begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} {}^\pi S_I)$ est une matrice (3×2) , ${}^0L_I = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \mathbf{l}_2 \end{bmatrix}$, qui vérifie les contraintes quadratiques provenant des composantes de la rotation :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_1 &= s_x^2 \\
 \mathbf{l}_2^T \mathbf{l}_2 &= s_y^2 \\
 \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2 &= 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

La i^{eme} ligne Δ_i de l'objet peut également être représentée par une origine \mathbf{O}_i (3 degrés de liberté) et un vecteur directeur unitaire \mathbf{y}_i (2 ddl, voir figure 2). Cette représentation, bien que redondante (car seulement 4 ddl sont nécessaires pour représenter une droite dans l'espace) permet d'exprimer la position d'un point $\mathbf{P}_i = \Delta_i \cap \pi$, par :

$${}^0\mathbf{OP}_i = {}^0\mathbf{OO}_i + \lambda_i {}^0\mathbf{y}_i, \quad \lambda_i \in \mathbb{R} \tag{5}$$

où \mathbf{O}_i est la projection orthogonale de l'origine du repère \mathcal{F}_0 sur la droite Δ_i , qui vérifie aussi $\mathbf{O}_i \mathbf{P}_i \times \mathbf{y}_i = \mathbf{0}$. On peut alors déterminer 0L_I , \mathbf{t} et $\{\lambda_i\}$ par la relation

$${}^0\mathbf{OO}_i + \lambda_i {}^0\mathbf{y}_i = {}^0L_I \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \mathbf{t}. \tag{6}$$

Pour enlever la dépendance des $\{\lambda_i\}$, nous introduisons la représentation en coordonnées Plückeriennes pour les droites Δ_i (voir [10] pour plus de détails). Avec cette représentation, la définition explicite de l'origine d'une droite comme montrée précédemment n'est plus utilisée. En prenant un nouveau vecteur \mathbf{w}_i tel que $\mathbf{w}_i = \mathbf{y}_i \times \mathbf{OP}_i$, les coordonnées Plückeriennes $(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i)$ d'une ligne Δ_i sont définies par

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_i &\equiv \mathbf{O}_i \mathbf{P}_i \\
 \mathbf{w}_i &= \mathbf{y}_i \times \mathbf{OP}_i = \mathbf{y}_i \times \mathbf{OO}_i \Rightarrow {}^0\mathbf{w}_i^T {}^0\mathbf{OP}_i = 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

ou encore

$$\underbrace{\begin{pmatrix} [{}^0\mathbf{y}_i]_{\times} & -{}^0\mathbf{w}_i \\ {}^0\mathbf{w}_i^T & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbb{L}_i^*} \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{OP}_i \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

sous forme homogène, avec $[{}^0\mathbf{y}_i]_{\times}$ la matrice (3×3) antisymétrique (non-inversible) associée au vecteur ${}^0\mathbf{y}_i$ dans le repère \mathcal{F}_0 . La matrice \mathbb{L}_i^* est antisymétrique (4×4) , de rang 2, et est appelée la représentation de Plücker duale pour la droite Δ_i [10]. La représentation Plückerienne précédente d'une droite étant contenue dans \mathbb{L}_i^* , la dernière expression de ${}^0\mathbf{OP}_i$ peut s'écrire en une équation homogène :

$$\mathbb{L}_i^* \begin{bmatrix} {}^0L_I & \mathbf{t} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = 0. \quad (9)$$

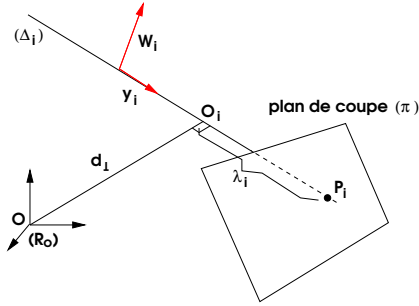


FIG. 2 – Une droite Δ_i de l'espace coupe le plan de coupe (π) . La paire de vecteurs $(\mathbf{y}_i, \mathbf{w}_i)$ est la représentation Plückerienne de la droite.

La valeur scalaire β_i dans l'équation (9) est utile dans le cas particulier d'une droite objet parallèle au plan de coupe ($\lambda_i \rightarrow \infty$), dans les autres cas β_i peut être choisie librement, à 1 pour le cas homogène, et on peut alors employer la forme inhomogène des relations géométriques :

$$[{}^0\mathbf{y}_i]_{\times} \left({}^0L_I \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right) = {}^0\mathbf{w}_i. \quad (10)$$

L'équation (10) est à la base des méthodes de d'estimation de pose que nous présentons. En pratique, les droites de l'objet étant matérialisées par des tiges de matériaux radio-opaques, celles-ci sont de longueurs connues ($\lambda^{\min} \leq \lambda \leq \lambda^{\max}$). Il est intéressant de calculer les valeurs extrêmes pour une pose (R, \mathbf{t}) donnée afin de vérifier si une intersection avec le plan de coupe est possible. Ainsi, on peut vérifier la visibilité d'une droite objet dans l'image scanner et valider l'existence d'un point image. L'expression du vecteur \mathbf{OO}_i dans l'équation (6) permet d'isoler le scalaire λ_i . En développant et en pre-multipliant par ${}^0\mathbf{y}_i^T$, on obtient une expression qui ne dépend pas du vecteur ${}^0\mathbf{w}_i$:

$$\lambda_i = {}^0\mathbf{y}_i^T \left({}^0L_I \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right). \quad (11)$$

3 Estimation des paramètres intrinsèques du scanner

Nous proposons deux algorithmes d'estimation de pose et des paramètres intrinsèques. Le premier fournit une solution analytique, le second est une optimisation non-linéaire utilisant la contrainte d'orthogonalité ($\mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2 = 0$). Une fois le modèle établi, on résoud le système (10) pour les inconnues 0L_I et \mathbf{t} . On peut ainsi écrire les relations suivantes :

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{w}_i &= [{}^0\mathbf{y}_i]_{\times} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 & \mathbf{l}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \mathbf{t} \right) \\ &= [(u_i, v_i, 1) \otimes [{}^0\mathbf{y}_i]_{\times}] \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

avec \otimes le produit de Kronecker sous sa forme matricielle. En supposant que n droites sont en correspondances avec n points, nous pouvons envisager la résolution de ce système comme un problème d'optimisation avec une contrainte d'égalité :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}} \| A \mathbf{x} - \mathbf{b} \|^2 \\ \mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2 = \mathbf{x}^T C \mathbf{x} = 0 \end{cases}, \quad (13)$$

où les 9 inconnues sont stockées dans un vecteur \mathbf{x} :

$$\mathbf{x} = [\mathbf{l}_1^T, \mathbf{l}_2^T, \mathbf{t}^T]^T,$$

où C est une matrice de contrainte de la forme :

$$C = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

et où A et \mathbf{b} sont respectivement une matrice $(3n \times 9)$ et un vecteur $(3n \times 1)$ tels que :

$$A = \begin{bmatrix} (u_1, v_1, 1) \otimes [{}^0\mathbf{y}_1]_{\times} \\ \vdots \\ (u_n, v_n, 1) \otimes [{}^0\mathbf{y}_n]_{\times} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = [{}^0\mathbf{w}_1^T, \dots, {}^0\mathbf{w}_n^T]^T$$

Le produit $(\mathbf{l}_1^T \mathbf{l}_2)$ peut également représenter un paramètre de distorsion. Dans notre cas ce paramètre est négligé.

3.1 Solution par les moindres carrés

La mise en correspondance des points et des droites étant pour l'instant supposée résolue, on cherche la solution de l'équation (12) pour les n couples de droite/point image par les moindres carrés. Le système linéaire (13), dont \mathbf{x} est solution, possède 9 inconnues et chaque couple droite/point apporte 2 équations linéaires indépendantes.

Ainsi la solution au sens des moindres carrés n'est possible que si $2n \geq 9$, amenant à une matrice A de rang suffisant. Pour n supérieur à $9/2$, il faut déterminer \mathbf{x} tel que $\|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2$ soit minimum. La formule classique $A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$ fournit ce minimum au sens des moindres carrés. A notre connaissance, il n'y a pas de solution sous forme algébrique respectant la contrainte d'orthogonalité *à priori* pour une valeur quelconque de n . Ce problème sera de nouveau évoqué et traité dans la partie suivante.

La solution \mathbf{x} donne immédiatement 0L_I et \mathbf{t} , d'où on peut déduire les paramètres d'échelle s_x et s_y de ${}^\pi S_I$. En effet, les équations (4) permettent de trouver les uniques solutions positives. Puis, la matrice de rotation R est aisément déduite par normalisation des colonnes de 0L_I et du produit vectoriel pour la dernière colonne.

Cette solution par les moindres carrés est robuste au bruit uniforme ou gaussien mais la présence d'un faux positif dans les correspondances provoque un fort biais dans le résultat final.

3.2 Résolution itérative avec prise en compte de la contrainte d'égalité

En considérant le système (13) comme un problème d'optimisation, une méthode itérative selon l'algorithme de Newton-Raphson avec contrainte d'égalité [16] conduit à une autre solution. En récrivant le problème sous forme de multiplicateurs de Lagrange, nous obtenons

$$\begin{cases} \min_{\{\mathbf{x}\}} \mathcal{L} = f(\mathbf{x}) + \mu h(\mathbf{x}) \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

qui appliqué à (13), donne :

$$\begin{cases} \mathcal{L} = \|A\mathbf{x} - \mathbf{b}\|^2 + \mu h(\mathbf{x}) \\ h(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T C \mathbf{x} \end{cases} \quad (16)$$

Les conditions de Kuhn-Tucker devant être vérifiées sont :

$$\begin{cases} \nabla \mathcal{L} = \mathbf{0} \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \nabla f + \mu \nabla h = \mathbf{0} \\ h(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Dans notre cas, nous avons :

$$\begin{cases} \nabla f = 2A^T(A\mathbf{x} - \mathbf{b}) \\ \nabla h = 2C\mathbf{x} \end{cases} \quad (18)$$

La solution du problème multi-dimensionnel par la méthode itérative consiste d'abord à trouver la meilleure solution de descente par calcul du gradient. Nous définissons

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} \nabla \mathcal{L} \\ h \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} \mathbf{x} \\ \mu \end{Bmatrix}, \quad \text{tel que } \mathbf{F}(\mathbf{Y}) = 0, \quad (19)$$

ainsi à la j^{eme} itération, nous obtenons

$$\mathbf{Y}_{j+1} = \mathbf{Y}_j + \Delta \mathbf{Y}_j, \quad [\nabla \cdot \mathbf{F}]_j^T \Delta \mathbf{Y}_j = -\mathbf{F}(\mathbf{Y}_j). \quad (20)$$

D'après notre problème, il vient

$$[\nabla \cdot \mathbf{F}]_j = \begin{bmatrix} 2A^T A + 2\mu_j C & 2C\mathbf{x}_j \\ 2(C\mathbf{x}_j)^T & 0 \end{bmatrix} = [\nabla \cdot \mathbf{F}]_j^T, \quad (21)$$

ce qui est équivalent à

$$\Delta \mathbf{Y}_j = -([\nabla \cdot \mathbf{F}]_j)^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{Y}_j). \quad (22)$$

Finalement, il vient

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mu \end{bmatrix}_j = - \left(\begin{bmatrix} \nabla^2 \mathcal{L} & \nabla h \\ (\nabla h)^T & 0 \end{bmatrix}_j \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \nabla \mathcal{L} \\ h \end{bmatrix}_j. \quad (23)$$

L'initialisation de cet algorithme est réalisé par la solution du problème linéaire précédent et l'algorithme itératif converge tant que la matrice $[\nabla \cdot \mathbf{F}]_j$ est de plein rang.

3.3 Normalisation des données

La solution \mathbf{x} est sensible au conditionnement de la matrice A . Pour améliorer celui-ci, il est important de normaliser les coordonnées des points image par une transformation affine N telle que $(\bar{u} = \sum_i u_i/n, \bar{v} = \sum_i v_i/n)$ et que les coordonnées soient normalisées par un facteur d'échelle isotrope $(\bar{d} = \frac{\sum_i \sqrt{(u_i - \bar{u})^2 + (v_i - \bar{v})^2}}{n\sqrt{2}})$ [11]. Les points image ${}^I\mathbf{Q}$ en coordonnées homogènes sont ainsi transformés en coordonnées homogènes normalisées ${}^I\tilde{\mathbf{Q}}$ telles que ${}^I\tilde{\mathbf{Q}} = N {}^I\mathbf{Q}$ avec

$$N = \begin{bmatrix} 1/\bar{d} & 0 & -\bar{u}/\bar{d} \\ 0 & 1/\bar{d} & -\bar{v}/\bar{d} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ainsi on peut inverser la transformation pour obtenir le vecteur \mathbf{x} depuis $\tilde{\mathbf{x}}$ tel que $(N^T \otimes I_3) \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$. La contrainte quadratique $\mathbf{x}^T C \mathbf{x}$ devient alors $\tilde{\mathbf{x}}^T C' \tilde{\mathbf{x}}$ avec $C' = (N^T \otimes I_3)^T C (N^T \otimes I_3)$. La transformation affine N est facilement calculable et ne nécessite que quelques opérations sur les données images.

4 Estimation de pose

Par rapport à la section précédente, nous présentons ici des algorithmes rapides d'estimation de pose qui supposent que les paramètres intrinsèques ${}^\pi S_I$ sont identifiés. Par la suite, le processus de mise en correspondance automatique utilisera ces méthodes rapides de recalage rigide.

4.1 Algorithme linéaire à 4 points

En utilisant le vecteur d'inconnues $\mathbf{x} = (\mathbf{r}_1^T, \mathbf{r}_2^T, \mathbf{t}^T)^T$, nous rappelons que l'équation (12) fournit la forme matricielle du problème avec $[1_1, 1_2] = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2] {}^\pi S_I$ (selon l'équation (3)). Pour obtenir une solution minimale, la matrice A doit être de rang 9. Or, chaque matrice antisymétrique $[{}^0\mathbf{y}_i]_{\times}$, composante de A , est de rang 2. Ainsi chaque correspondance ajoute potentiellement 2 lignes

indépendantes à A si les points image sont bien distribués. La singularité de cette matrice peut être évitée en suivant trois conditions lors du choix des correspondances :

1. Trois droites objets ne doivent pas être dans le même plan, sinon les trois points projetés sont colinéaires dans l'image ;
2. Trois points image ne doivent pas être colinéaires. Cela peut accidentellement se produire, même dans le cas où la condition précédente est vérifiée ;
3. Les vecteurs \mathbf{y}_i doivent être différents pour assurer un rang suffisant à A , ce qui revient à considérer des droites avec des directions non parallèles.

Avec seulement 4 correspondances entre les droites objet et les points image, ce système est à rang déficient. En dehors des configurations singulières pré-citées, la matrice A est de rang 8, mais de taille 12×9 . Malgré cela, nous pouvons déterminer une famille de solutions en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD). L'algorithme peut être trouvé dans [7] ou [10] dans le cadre de la vision par ordinateur. Son adaptation à notre problème permet de prendre en compte la contrainte d'orthogonalité ($\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0$). La méthode est résumée comme suit :

1. Décomposer la matrice $A = UDV^T$ en valeurs singulières, avec les coefficients de la diagonale d_i de D classés par valeurs décroissantes,
2. Calculer $\mathbf{b}' = U^T \mathbf{b}$,
3. Construire le vecteur \mathbf{z} tel que $z_i = b'_i/d_i$, pour $i = 1, \dots, 8$ et $z_9 = 0$,
4. La solution générale est $\mathbf{x} = S_9^{-1}V\mathbf{z} + \gamma S_9^{-1}\mathbf{v}_9$, avec \mathbf{v}_9 la dernière colonne de V et

$$S_9^{-1} = \begin{bmatrix} \pi S_I^T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \otimes I_3 \quad (24)$$

5. Résoudre le scalaire γ en utilisant les contraintes quadratiques et déduire les paramètres de la pose.

La famille de solution $\mathbf{x}(\gamma)$ est définie par la relation $\mathbf{x}(\gamma) = S_9^{-1}V\mathbf{z} + \gamma S_9^{-1}\mathbf{v}_9$. En considérant seulement les 6 premières composantes de $\mathbf{x}(\gamma)$, ces deux premières colonnes de la matrice de rotation s'écrivent comme fonctions affines de γ mais doivent également vérifier les relations quadratiques qui les relient :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{a}_1 + \gamma \mathbf{b}_1, \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{a}_2 + \gamma \mathbf{b}_2 \quad (25)$$

avec :

$$\|\mathbf{r}_1\| = 1, \quad \|\mathbf{r}_2\| = 1, \quad \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0 \quad (26)$$

En substituant (25) dans (26), on obtient les équations quadratiques suivantes :

$$\|\mathbf{b}_1\|^2 \gamma^2 + 2\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_1 \gamma + \|\mathbf{a}_1\|^2 = 1 \quad (27)$$

$$\|\mathbf{b}_2\|^2 \gamma^2 + 2\mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_2 \gamma + \|\mathbf{a}_2\|^2 = 1 \quad (28)$$

$$\mathbf{b}_1^T \mathbf{b}_2 \gamma^2 + (\mathbf{a}_1^T \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_2^T \mathbf{b}_1) \gamma + \mathbf{a}_1^T \mathbf{a}_2 = 0 \quad (29)$$

La contrainte d'orthogonalité (29) peut être résolue pour déterminer deux valeurs réelles pour γ , les deux autres équations servant à rejeter l'une ou l'autre solution (une seule solution donne $|\mathbf{x}_{(i)}| = |\mathbf{r}_i| \leq 1$, pour $i = 1, \dots, 6$). En pratique, le rang de A est différent de 8, et le calcul de γ n'est pas précis. Pour obtenir une solution plus robuste pour γ , il est possible d'utiliser la redondance de données pour trouver une solution commune aux équations précédentes. Pour cela, on cherche la variété de dimension nulle générée par l'idéal des polynômes ([15]) en exprimant les trois équations (27-29) comme suit :

$$\begin{pmatrix} g_1 & g_2 & g_3 \\ g'_1 & g'_2 & g'_3 \\ g''_1 & g''_2 & g''_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma^0 \\ \gamma \\ \gamma^2 \end{pmatrix} = G \boldsymbol{\Gamma} = 0 \quad (30)$$

En décomposant en SVD la matrice $G = U\Sigma V^T$, le vecteur $(\gamma^0, \gamma, \gamma^2)^T$ est obtenu en choisissant la dernière colonne associée à la valeur la plus petite de Σ . On trouve alors γ en prenant $\Gamma_{(2)}/\Gamma_{(1)}$ ou $\Gamma_{(3)}/\Gamma_{(2)}$ ou encore la moyenne de ces valeurs.

En règle générale, en raison du bruit et des erreurs numériques, R n'est généralement pas orthonormale. Il est alors possible de forcer l'orthonormalité de R en utilisant une nouvelle décomposition SVD telle que $R = U\Sigma V^T$. Les valeurs singulières reflètent la normalité de la matrice, donc la mise à l'unité de ces valeurs permet de normer la matrice. Si $\Sigma' = I_3$ est la matrice corrigée Σ , la matrice de rotation R' est alors corrigée en $R' = UV^T$ ([19, 8]).

4.2 Algorithmes linéaires à N points

En considérant plus que 4 points, la matrice A n'est plus de rang 8 et l'algorithme précédent n'est pas approprié. Dans l'équation (12), la pose peut être perçue comme une famille de solutions paramétrée, par exemple, par la dernière composante du vecteur de position $\mathbf{t} = (t_x^T, t_y^T, t_z^T)^T$:

$$\left[(u_i, v_i, 1) \otimes [{}^0\mathbf{y}_i]_{\times} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{l}_2 \\ t_x \\ t_y \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{w}_i - t_z [{}^0\mathbf{y}_i]_{\times} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Contrairement à la solution précédente, ce système peut être résolu soit directement (avec 4 points), soit par les moindres carrés avec une matrice A de plein rang (8), même avec des données fortement bruitées. Les conditions géométriques indiquées précédemment doivent être tout de même vérifiées. Une fois encore, la contrainte d'orthogonalité peut être utilisée pour calculer t_z comme solution d'un polynôme du second degré, de manière similaire à la détermination de γ précédente.

Il est possible de prendre un autre pivot que t_z pour générer la famille de solution. De même, pour résoudre l'équation (12), on peut utiliser la SVD de plein rang ($\text{rang}(A)=9$) avec au moins $n \geq 5$ correspondances ou encore utiliser la résolution itérative présentée lors de la calibration.

5 Appariement automatique

Dans cette section nous proposons un algorithme rapide de mise en correspondance. La procédure d'appariement droite objet/point image doit être automatique, afin de pouvoir l'utiliser dans des systèmes robotiques ou des systèmes de navigation. Ce problème de résolution simultanée d'appariement et d'estimation de pose est bien connu en vision par ordinateur. Le schéma que nous avons adopté est similaire à celui proposé par [10] en vision par ordinateur pour l'estimation d'homographies de plans. n_o droites objet et n_I points image sont utilisés ici dans un algorithme de type RANSAC [5] pour déterminer la meilleure transformation. En règle générale, n_o et n_I sont différents du fait de la non-détection de point image ou de la présence d'artefacts (bien qu'une procédure de caractérisation des points image est capable d'en éliminer certains avec une analyse de forme). Ces artefacts sont considérés comme des faux positifs et ne doivent pas contribuer au calcul final de la pose. Par ailleurs, il se peut qu'une droite ne soit pas visible du fait de la longueur de la tige représentant cette droite (l'intersection entre la tige et le plan de coupe peut ne pas exister). Dans tous les cas, même si $n_I = n_o$, les algorithmes précédents ne fonctionnent qu'avec une mise en correspondance correcte.

Pour résoudre ce problème, l'approche naïve consiste à tester tous les couples possibles de 4 points avec 4 droites afin d'extraire la meilleure transformation. Cette approche devient rapidement irréalisable dès que le nombre de combinaisons devient élevé. De plus, les variations de temps de calculs deviennent rapidement importantes avec des petites variations de n_o ou de n_I . On a donc une justification de l'importance du nombre réduit de couples de primitives pour la détermination de la pose. En effet, plus le nombre minimum de couples est élevé, plus l'espace de recherche des combinaisons possibles est vaste.

Pour l'estimation robuste, nous avons considéré l'approche dite par hypothèse-test-vérification [9] où un petit ensemble de points est utilisé pour formuler l'hypothèse de solution et un autre ensemble de points permet de valider l'hypothèse. En utilisant la transformation estimée, il est facile de reprojeter les droites objet non appariées afin de vérifier que leurs images sont suffisamment proches des points images non appariés et d'accepter ou de rejeter l'hypothèse si la différence est trop grande. C'est ainsi qu'est construit l'algorithme du RANdom SAmple Consensus (RANSAC) de Fischler et Bolles [5], afin de gérer un grand nombre de faux positifs.

Dans notre cas, un nombre minimum d'échantillons de 4 points image sont choisis parmi l'ensemble des points pour tous les arrangements de droites de l'objet. Cet ensemble minimum dépend de la fraction ϵ de faux positifs dans l'ensemble de départ, du nombre de points $s = 4$ minimum nécessaires à l'estimation de la pose et de la probabilité p qu'un échantillon ne contienne pas de faux positifs. Ainsi, $w = 1 - \epsilon$ est la probabilité que n'importe quel point d'un échantillon soit un vrai positif. Pour N échantillons,

nous avons la relation $(1 - w^s)^N = 1 - p$ ([17],[10]). En parcourant l'ensemble des échantillons des arrangements de droites objet, $NA_{n_o}^s$ poses sont calculées et pour chaque échantillon, un ensemble de correspondances possibles avec leur transformation associée est construit. Pour ces transformations candidates, on calcule le nombre de couples de droites objet et de points image qui sont acceptables (seuil τ_d - en supposant un bruit Gaussien d'écart-type σ , Hartley et Zisserman [10] ont proposé $\sqrt{6} \sigma$ comme valeur pour τ_d dans le cas des homographies de plans). Ainsi, si le nombre de correspondances de chaque échantillon est strictement supérieur à s , la pose associée est étiquetée comme *satisfaisante* et est sauvegardée. La meilleure pose est celle qui fournit le minimum d'erreur de reconstruction parmi cet ensemble de poses *satisfaisantes*. Si aucune autre information n'est disponible sur les appariements, l'algorithme RANSAC donne un taux élevé de réussite en $O(n_o^4 n_I)$ opérations, et nécessite en moyenne $O(n_o^4 N)$ opérations pour obtenir une solution.

6 Résultats

Nous avons testé en simulation les algorithmes proposés. Une expérimentation avec des images scanner a permis de valider ces algorithmes en conditions réelles. Pour simuler des points image \mathbf{Q}_i , nous avons utilisé la formule

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \pi S_I^{-1} (F_i^T F_i)^{-1} F_i^T ({}^o \mathbf{w}_i - [{}^o \mathbf{y}_i]_{\times} \mathbf{t}), \quad (32)$$

avec

$$F_i = [{}^o \mathbf{y}_i]_{\times} R \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

qui provient de l'équation (10). Nous avons également rejeté l'existence des points image dans le cas où λ_i n'est pas contenu dans l'intervalle $[\lambda_i^{\min}, \lambda_i^{\max}]$. Pour caractériser les algorithmes, nous utilisons les critères suivants :

- l'erreur en rotation ;
- l'erreur en position ;
- l'erreur sur les paramètres s_x, s_y pour l'étalement ;
- l'erreur de reconstruction des points image.

L'erreur en rotation est calculée par $E(\widehat{R}) = \|\frac{180}{\pi} \mathbf{m}\|$ où \mathbf{m} est le vecteur de rotation absolu obtenu par la matrice antisymétrique $(R - \widehat{R})R^T$ et \widehat{R} est l'estimée de la rotation. L'erreur en position est calculée par $E(\widehat{\mathbf{t}}) = \|\mathbf{t} - \widehat{\mathbf{t}}\|_2$, l'erreur sur les paramètres intrinsèques par $E(\widehat{Sct}) = \|Sct - \widehat{Sct}\|_2$. Finalement, l'erreur de reconstruction en pixel est calculée en comparant l'estimation des positions en pixel $\widehat{\mathbf{Q}}_i = [\widehat{u}_i, \widehat{v}_i]$ obtenues pour chaque droite grâce à l'équation (32) avec les valeurs $\widehat{R}, \widehat{\mathbf{t}}$ estimées, et les valeurs mesurées \mathbf{Q}_i , comme suit :

$$E(\widehat{\mathbf{Q}}_i) = \frac{1}{n} \sum_{i \in [1, n]} \sqrt{(u_i - \widehat{u}_i)^2 + (v_i - \widehat{v}_i)^2} \quad (34)$$

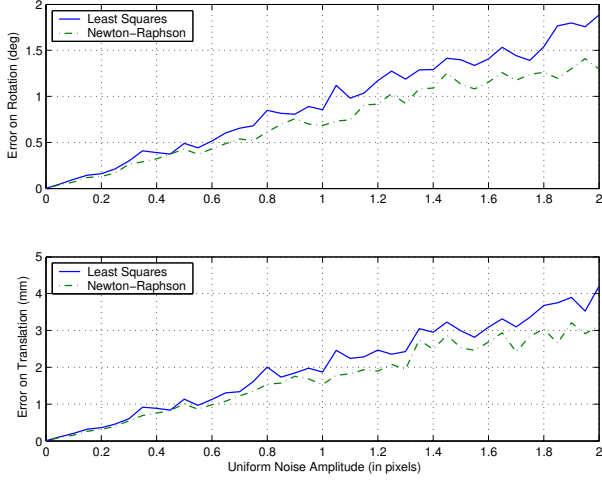


FIG. 3 – Erreur sur les paramètres de pose (R, t), en fonction du bruit uniforme sur la position des points image.

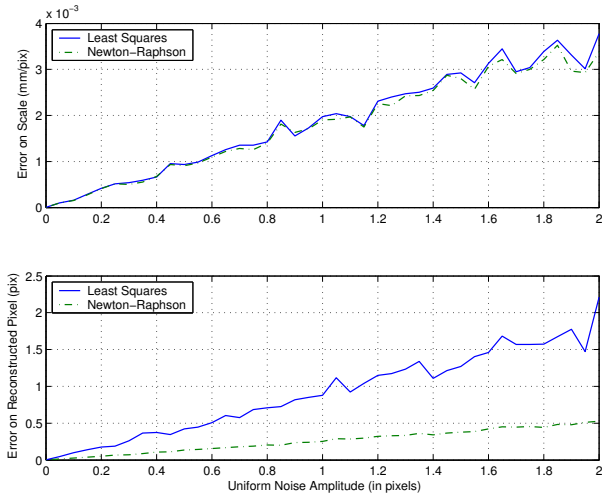


FIG. 4 – Erreur sur les paramètres d'échelle et la reconstruction des points.

6.1 Estimation des paramètres intrinsèques

Nous présentons ici les résultats des algorithmes d'estimation par la méthode des moindres carrés et par minimisation avec orthonormalisation par SVD de \hat{R} . Une rotation de 5 degrés autour de chaque axe (${}^0\mathbf{X}, {}^0\mathbf{Y}, {}^0\mathbf{Z}$) et une position de $[-100; -100; 40]$ mm ont été utilisées et l'objet contient 8 droites. Les paramètres d'échelle sont $s_x = s_y = 0.5$ mm/pix. La figure 3 présente les résultats de la pose en fonction d'un bruit uniforme.

Sur ces courbes, on peut voir un léger avantage de la méthode itérative sur la qualité de l'estimation. De plus, la figure 4 montre que la position estimée des points est sensiblement meilleure. Les paramètres d'échelle sont bien estimés, malgré le faible nombre de points (8, le minimum étant de 5).

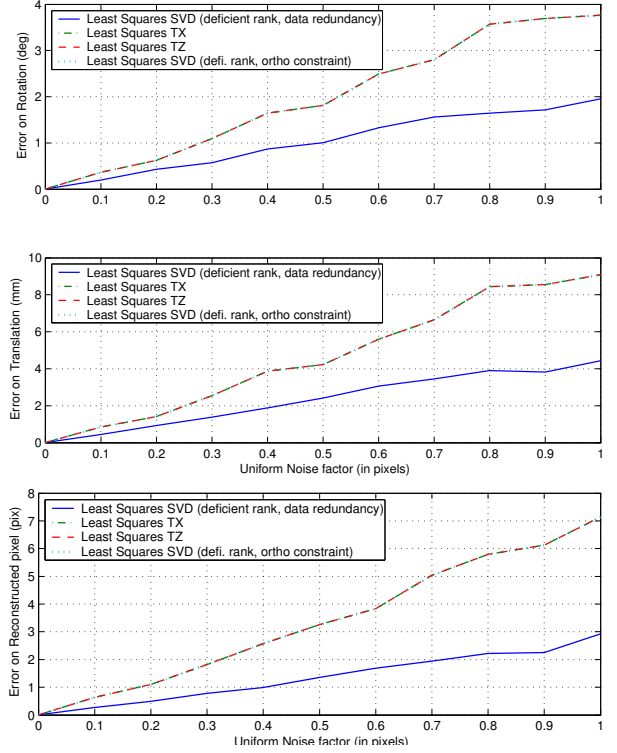


FIG. 5 – Erreur en rotation et en position avec $n = 4$ correspondances - i) SVD avec calcul de γ par redondance, - ii) Pivot fixe t_x et contrainte d'orthogonalité, - iii) Pivot fixe t_z et contrainte d'orthogonalité, - iv) SVD avec calcul de γ par contrainte d'orthogonalité.

6.2 Estimation de la pose

Nous avons testé les algorithmes d'estimation de la pose par différents critères et toujours en présence de bruit uniforme :

- avec 4 points, R et t étant choisies fixes (voir figure 5) ;
 - avec 8 points, R et t étant choisies fixes (voir figure 6) ;
- Les algorithmes à rang déficient pour le calcul des pivots donnent la même erreur de reconstruction, par contre l'algorithme par redondance est beaucoup plus robuste.

Avec $n = 8$ points, tous les algorithmes à base de SVD sont équivalents. Les algorithmes utilisant un pivot calculé par contrainte d'orthogonalité sont moins performants.

6.3 Validation expérimentale

Conditions expérimentales. Pour réaliser les images, nous avons utilisé un scanner tomographique Somatom Plus de Siemens. L'objet marqueur est composé de deux cubes stéréotaxiques tels que celui présenté en figure 1.a. Ceux-ci ont été étalonnés par une machine métrologique avec une précision de l'ordre de $10\mu\text{m}$ sur le modèle des droites. De même, leur position relative a été mesurée à -118.29 mm selon l'axe Y et il n'y a pas de rotation entre les repères des deux cubes.

La position de chaque point image a été obtenu par

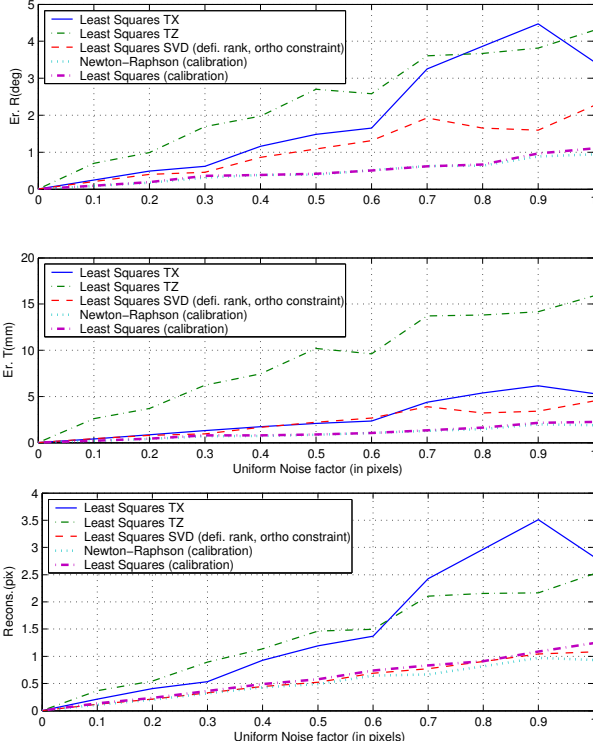


FIG. 6 – Erreur en rotation et en position avec $n = 8$ correspondances - i) Pivot fixe t_x et contrainte d'orthogonalité, - ii) Pivot fixe t_z et contrainte d'orthogonalité, - iii) SVD avec calcul de γ par redondance, - iv) Itératif (πS_I connue), - v) Moindres carrés (πS_I connue).

seuillage à une valeur constante de 2000 unités Hounsfield [12], puis les barycentres ont été calculés. Comme l'objet a été placé manuellement dans le tunnel du scanner, l'estimation de la pose n'est pas vérifiable. En conséquence, les caractérisations précédentes ne sont plus adéquates. Néanmoins, le format DICOM des images permet de connaître les paramètres intrinsèques (en supposant que ces paramètres sont une référence parfaite). Ainsi les erreurs sur les paramètres d'échelle sont quantifiables. Il est également possible de connaître la position relative d'une coupe par rapport à une autre en utilisant le principe de reconstruction hélicoïdale propre aux scanners tomographiques. Par ce moyen, nous connaissons la distance qui sépare chaque coupe et ainsi nous pouvons estimer une position entre deux coupes qui doit être constante pendant toute la série d'images. Nous pouvons également fournir une estimation de la position relative d'un cube par rapport à l'autre en réalisant des estimations de pose séparées. En mettant ceci en oeuvre, il est possible de vérifier la cohérence de l'estimation avec une seule image.

Résultats. La figure 8 donne l'estimation du vecteur position entre les deux cubes tout au long de la série en hélice, la rotation est approximativement l'identité (la différence avec l'identité est inférieure à 10^{-5} sur chaque compo-

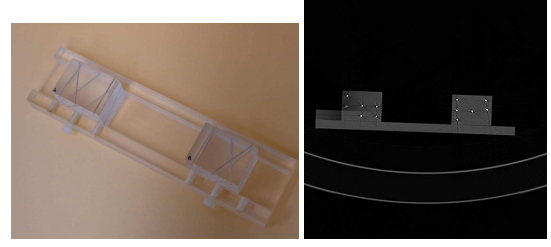


FIG. 7 – (gauche) Les deux cubes utilisés pour la validation. - (droite) Image scanner de la séquence en hélice à une résolution de (512×512) .

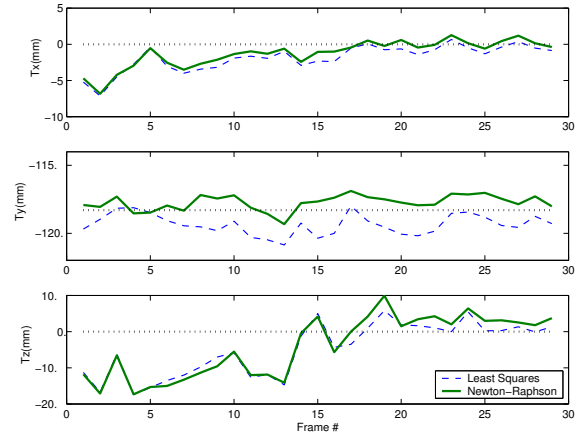


FIG. 8 – Positions estimées entre les deux cubes pendant la séquence hélicoïdale.

sante). Chaque cube a été estimé séparément et la position relative est donnée pour comparaison avec la valeur de référence (-118.29 mm sur Y, représentée en pointillée sur la figure 8). On peut noter qu'une erreur inférieure à 1 mm est obtenue sur des images de la série en hélice.

Finalement, nous comparons l'estimation de la position $\hat{\mathbf{t}}$ d'un cube dans la séquence hélicoïdale avec le pas d'avancement de l'hélice de -0.5 mm (voir figure 9). On constate que la position absolue suivant l'axe Z suit proportionnellement le nombre d'images avec un facteur proche du pas. La courbe montre qu'à l'image numéro 5 la position est de 30 mm sur t_z et qu'à l'image 45, la position est de 10 mm , donc un pas de $\frac{20}{40} = 0.5 \text{ mm}$.

6.4 Appariement automatique

Nous avons implanté les algorithmes en C++, puis testé ceux-ci en simulant des images bruitées et contenant des faux positifs. Un bruit uniforme de 0.3 pixel sur la position des barycentres a été ajouté à un nombre de droites objet fixé à 6. Dans tous les cas de tests, un temps inférieur à 1 s a été nécessaire à l'appariement avec 1 faux positif. Un temps inférieur à 2 s en moyenne avec 4 faux positifs. Nous avons constaté que l'algorithme était très robuste. Même dans un cas très défavorable de 24 faux positifs, une so-

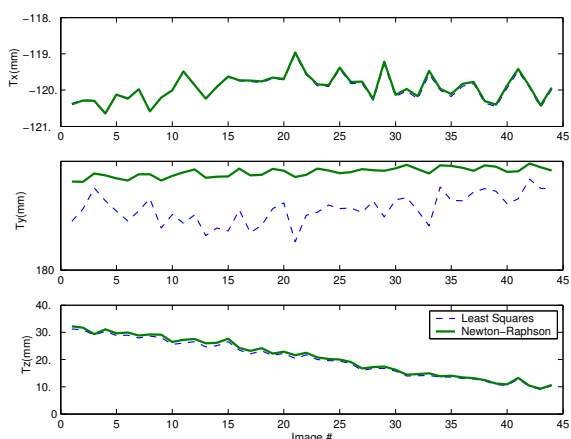


FIG. 9 – Positions absolues estimées pendant la séquence hélicoïdale.

lution est trouvée à chaque essai (le temps de calcul est supérieur à la minute). De même, pour les images de la série hélicoïdale, l’algorithme a réussi à retrouver les correspondances pour chacun des cubes (6 faux positifs dans chaque cas).

7 Conclusion

Nous avons proposé dans ce papier des algorithmes d’estimation automatique de la pose utilisables dans un processus de recalage robotisé entre une image tomographique et un marqueur stéréotaxique. Les méthodes sont robustes au bruit et les résultats proposés confirmeront la validité du modèle géométrique choisi pour le capteur.

Références

[1] M. Breeuwer, W. Zylka, J. Wadley, and A. Falk. Detection and correction of geometric distortion in 3d ct/mr images. In *Proc. of Computer Assisted Radiology and Surgery*, Paris, Juin 2002.

[2] R. A. Brown, T. S. Roberts, and A. G. Osborne. Stereotactic frame and computer software for ct-directed neurosurgical localization. *Invest. Radiol.*, 15 :308–312, 1980.

[3] J. Dai, Y. Zhu, H. Qu, and Y. Hu. An algorithm for stereotactic localization by computed tomography or magnetic resonance imaging. *Physics in Medicine and Biology*, 46 :N1–N7, 2001.

[4] G. Fichtinger, T. L. DeWeese, A. Patriciu, A. Tanacs, D. Mazilu, J. H. Anderson, K. Masamume, R. H. Taylor, and D. Stoianovici. Robotically assisted prostate biopsy and therapy with intra-operative ct guidance. *Journal of Academic Radiology*, 9 :60–74, 2002.

[5] M. A. Fischler and R. C. Bolles. Random sample consensus : A paradigm for model fitting with application to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6) :381–395, 1981.

[6] A. Gangi and J.-L. Dietemann. *Tomodensimétrie Interventionnelle*. Editions Vigot, PARIS, 1994.

[7] Gene H. Golub and Charles F. Van Loan. *Matrix Computations*. John Hopkins Univ. Press, troisième édition, 1996.

[8] D. Goryn and S. Hein. On the estimation of rigid body rotation from noisy data. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(12) :1219–1220, Decembre 1995.

[9] E. Grimson. *Object Recognition by Computer : The Role of Geometric Constraint*. MIT Press, 1990.

[10] R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge Univ. Press, 2000.

[11] R. I. Hartley. In defense of the eight-point algorithm. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(6) :580–593, Juin 1997.

[12] Jiang Hsieh. *Computed tomography : principles, design, artifacts, and recent advances*. SPIE Press monograph, 2003.

[13] S. Lee, G. Fichtinger, and G. S. Chirikjian. Numerical algorithms for spatial registration of line fiducials from cross-sectional images. *American Ass. of Physicists in Medicine*, 29(8) :1881–1891, Aout 2002.

[14] B. Maurin, C. Doignon, M. de Mathelin, and A. Gangi. Pose reconstruction from an uncalibrated computed tomography imaging device. In *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Madison, WN, U.S.A., 16-23 Juin 2003.

[15] L. Quan and Z. Lan. Linear n-point camera pose determination. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8) :774–780, Aout 1999.

[16] S. S. Rao. *Engineering Optimization Theory and Practice*. Wiley Interscience Publication. John Wiley & Sons, 1996.

[17] Paul L. Rosin. Robust pose estimation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (Part B)*, 29(2), Avril 1999.

[18] Robert C. Susil, James H. Anderson, and Russell H. Taylor. A single image registration method for ct guided interventions. In *Proceedings of the Second International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 798–808, Cambridge, UK, 19-22 Septembre 1999.

[19] S. Umeyama. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. *IEEE Transactions on PAMI*, 13(4) :376–380, Avril 1991.

[20] W. Zylka and H.-A. Wischmann. On geometric distortions in ct images. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Engineering in Medicine and Biology*, volume 3, pages 1120–1121, Amsterdam, Pays-Bas, Octobre 1996.